Dans le jeu *Nintendo Badge Arcade*, comment les badges sont-ils tirés au sort selon les probabilités, les dénombrements et les combinaisons ?

INTRODUCTION.

Le jeu ***Nintendo Badge Arcade*** sur 3DS propose aux joueurs d'attraper des badges virtuels à l'aide d'une pince dans un environnement coloré. Derrière cet aspect ludique se cache un système de tirage aléatoire, qui peut être modélisé par les mathématiques du hasard et du dénombrement : comment sont déterminés les badges obtenus à chaque partie ? Tirage au sort : sélection aléatoire d'un élément ou d'un groupe d'éléments parmi un ensemble possible. Probabilité : mesure de la chance qu'un événement se réalise, comprise entre 0 et 1. Combinaison **/** arrangement **/** permutation : façons de compter le nombre de regroupements ou d'ordres possibles d'éléments dans un ensemble fini. Produit cartésien : ensemble des k-uplets formés à partir de plusieurs ensembles. Comment modéliser mathématiquement le tirage des badges dans ***Nintendo Badge Arcade*** à l'aide des outils des probabilités et du dénombrement ? Nous verrons comment représenter l'univers des badges et modéliser leur tirage par le dénombrement et les combinaisons. Nous étudierons les probabilités associées au tirage et comment les représenter par des arbres ou des événements contraires. Nous montrerons l'intérêt d'utiliser des inégalités (Bienaymé-Tchebychev, concentration) pour prévoir la répartition des résultats.

DÉVELOPPEMENT.

I. Modéliser le tirage des badges : dénombrement et combinaisons.

- Supposons un total de N badges disponibles dans une machine.
- Un tirage correspond à un choix de k badges parmi N (par exemple : k = 5 badges par partie).
- Combinaison si l'ordre n'a pas d'importance (seul le lot compte).
- Arrangement si l'ordre des badges capturés par la pince compte (par ex. premier badge pris visible sur l'écran).
- Permutation si on capte tous les badges et qu'on s'intéresse à l'ordre total.
- Le produit cartésien modélise le cas où plusieurs pinces ou machines agissent indépendamment : chaque machine = un ensemble → toutes les combinaisons = produit des ensembles.

II. Calcul des probabilités des tirages.

- Si les badges sont tous accessibles avec la même probabilité → tirage

$$P(\text{recevoir un badge donné}) = \frac{1}{N}$$

  équiprobable :

- Probabilités totales si on a plusieurs façons d'obtenir un badge (par exemple : badge attrapé directement OU tombé par un effet domino).
- Arbre de probabilité pour modéliser :
  - Première étape : badge capté ou non.
  - Deuxième étape : badge adjacent tombé ou non.
- Événements contraires :
  P (ne pas recevoir un badge rare) = 1−P (recevoir un badge rare)
- Si les machines ont des zones de probabilité différente (plus facile de capter au centre par exemple), les probabilités sont pondérées.

III. Inégalités et analyse des résultats sur plusieurs parties.

- Inégalité de Bienaymé-Tchebychev : permet d'estimer la probabilité qu'après un certain nombre de parties, le nombre de badges rares obtenus s'écarte fortement de la moyenne attendue.
- Inégalité de concentration : mesure la probabilité que la proportion de badges rares reste proche de ce qui est théoriquement prévu, malgré le hasard.
- Cela aide à comprendre pourquoi un joueur peut se plaindre d'« avoir de la malchance » : le hasard produit naturellement des écarts à court terme.

CONCLUSION.

Le tirage des badges dans ***Nintendo Badge Arcade*** repose sur des mécanismes aléatoires modélisables par les mathématiques : dénombrements des combinaisons possibles, calcul des probabilités, modélisation par arbres, et étude des écarts avec des inégalités de concentration. Ces outils nous permettent de comprendre et de prévoir les résultats sur le long terme. Ces concepts dépassent le jeu vidéo : ils sont essentiels dans des domaines comme la cryptographie, les algorithmes de tri, les jeux de hasard, mais aussi dans l'analyse des données massives et des systèmes aléatoires complexes.